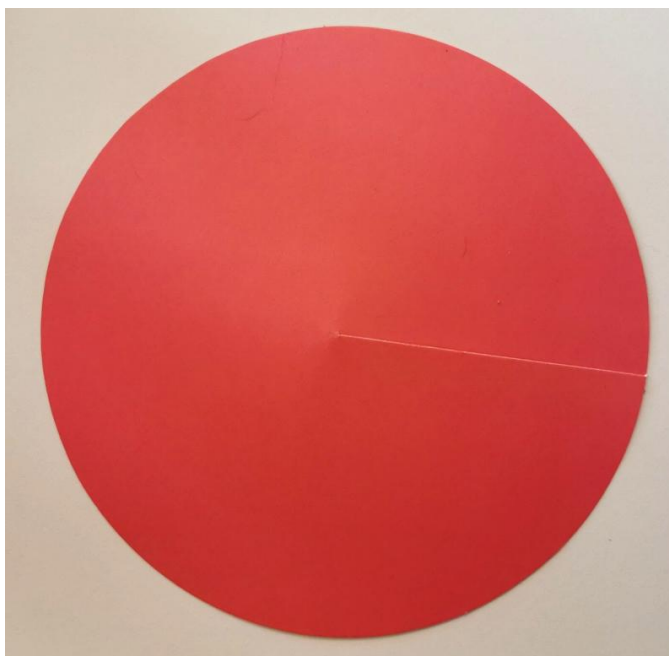


Geometria a teásdobozban

Egy angol teásdobozból került elő az 1. ábra szerinti, sugara mentén bevágott kartonpapír körlemez. Erről jutott eszünkbe az alábbi feladat.



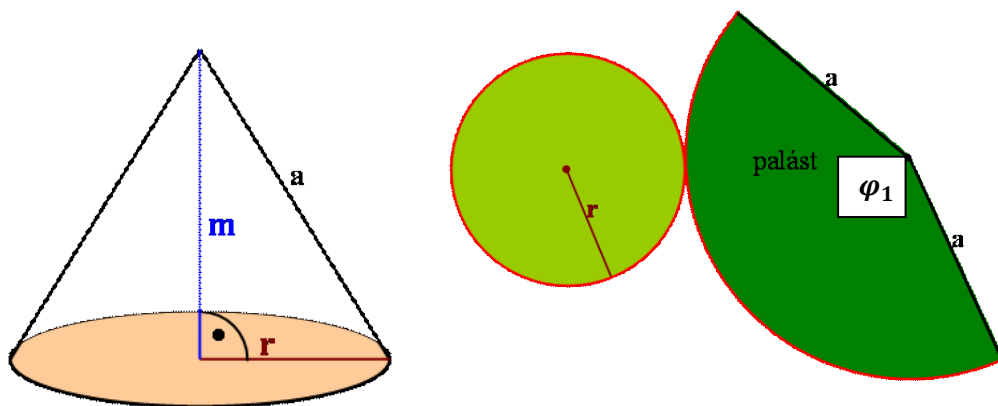
1. ábra

A feladat

Adott az a sugarú kartonpapír körlemez, melyet egy sugár mentén középig bevágtak. Határozzuk meg, hogy milyen φ_0 középponti szögű körcikket kell kivágni belőle, hogy ezután meghajlítva éppen egy m magasságú kúppalástot kapjunk!

A megoldás

Ehhez tekintsük a 2. ábrát is!



2. ábra – forrása: [1]

A bal oldali ábrarésről *Pitagorász* tételével:

$$a^2 = r^2 + m^2 \rightarrow r^2 = a^2 - m^2 \rightarrow r = \sqrt{a^2 - m^2}. \quad (1)$$

A jobb oldali ábrarésről a kör K kerületével:

$$K = 2 \cdot \pi \cdot r = a \cdot \varphi_1 \rightarrow \varphi_1 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{r}{a} \quad (\text{rad}). \quad (2)$$

Most (1) és (2) - vel:

$$\varphi_1 = 2 \cdot \pi \cdot \frac{\sqrt{a^2 - m^2}}{a} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2}. \quad (3)$$

Ezután az a sugarú körből való kivágás középponti szöge, (3) - mal is:

$$\varphi_0 = 2 \cdot \pi - \varphi_1 = 2 \cdot \pi - 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2} = 2 \cdot \pi \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2}\right], \text{ tehát:}$$

$$\underline{\varphi_0 = 2 \cdot \pi \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2}\right] \quad (\text{rad}) ;} \quad (4/1)$$

vagy:

$$\varphi_0 = 2 \cdot \pi \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2}\right] \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 360^\circ \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2}\right], \text{ tehát:}$$

$$\underline{\varphi_0 = 360^\circ \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2}\right].} \quad (4/2)$$

SZÁMPÉLDA

Ehhez adatok:

~ az 1. ábrán látható körlap mért sugara: $a = 83,0 \text{ mm}$,

~ a készítendő kúp felvett magassága: $m = 41,5 \text{ mm}$. (A)

Most (A) és (4) - gyel:

$$\varphi_0 = 2 \cdot \pi \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m}{a}\right)^2}\right] = 2 \cdot \pi \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{41,5}{83,0}\right)^2}\right] = 0,84178 \text{ rad} = 48,23^\circ,$$

tehát:

$$\underline{\underline{\varphi_0 \approx 48,2^\circ.}} \quad (E)$$

(E) szerint a **83,0 mm** sugarú körlepből készítenő **41,5 mm** magasságú kúp előállításához **48,2°** középponti szögű köríket kell kivágni a körlepből.

Ezzel a kitűzött feladatot megoldottuk.

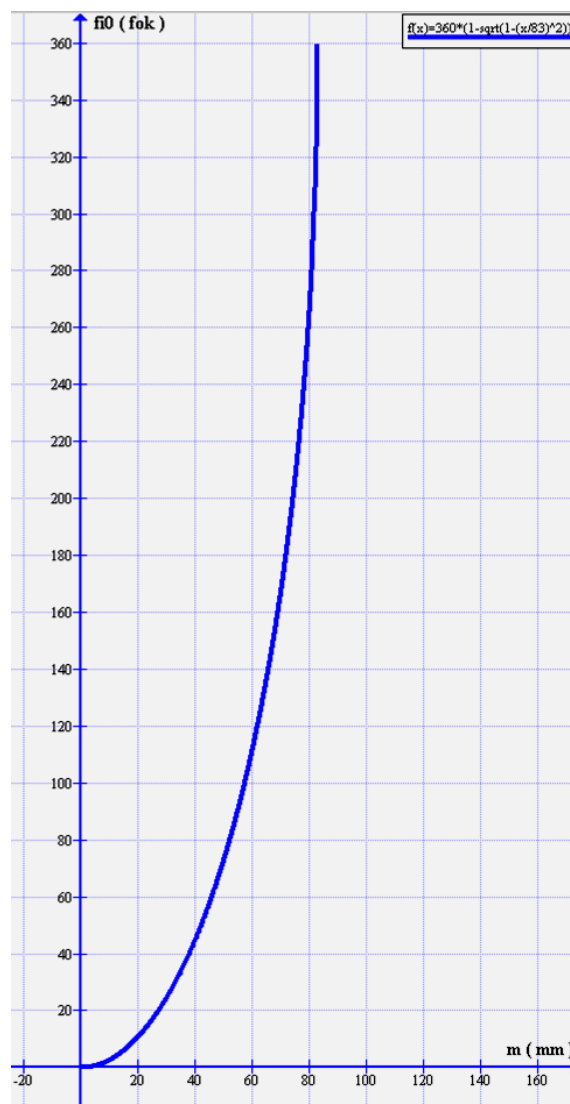
Megjegyzések:

M1. Tekintsük a (4 / 2) kifejezést egy függvénynek, ahol ***a* = áll., *m* = var.!**

Ekkor kapcsolatuk (4 / 2) szerint:

$$y(x) = 360^\circ \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2} \right]. \quad (5)$$

Erről azonnal leolvasható, hogy gyakorlatilag szükséges, hogy **0 < x = m < a** fennálljon. Ezt az 1. ábra is megerősíti. Az (5) függvény grafikonját a 3. ábra mutatja.



3. ábra

M2. Javasoljuk, hogy az érdeklődő Olvasó a valóságban is végezze el a kijelölt feladatot. Továbbá annak kiderítését is, hogy

- ~ milyen görbe része a 3. ábra;
- ~ mekkora a kapott kúp félnyílásszöge;
- ~ mekkora a kapott kúp alapkörének sugara.

M3. E témához tanulmányozásra ajánljuk még korábbi dolgozatainkat is, melyek:

- ~ *Az egyenes körkúp kiterítéséhez;*
- ~ *Az egyenes körkúp palástfelszínének számításához.*

M4. Az említett angol – nem piros, hanem pink – teásdoboz nagyon dizájnos volt; nem kizárt, hogy hatására újabb írás(ok) is születhet(nek).

Forrás:

[1] – <http://www.altsuli.hu/matf/keretmerttest4.html>

Összeállította: **Galgóczi Gyula**
ny. mérnöktanár

Sződliget, 2020. 04. 25.